ΤΑΞΗ: **Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ: **ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**
ΜΑΘΗΜΑ: **ΦΥΣΙΚΗ**

Ημερομηνία: Τρίτη 3 Ιανουαρίου 2023
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. γ

Α3. δ

Α4. β

Α5.

- **α.** Λ
- **β.** Σ
- **γ.** Σ
- **δ.** Λ
- **ε.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Ι.Σωστό το **β.**

ΙΙ.Η ενέργεια ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t =T είναι ίση με E_T = 4 J και τη χρονική στιγμή t =2T ίση με: $E_{2T} = E_T - |W_{Fαν}|$ =4 J–3J =1 J.

Αν A_T το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t = T και A_{2T} το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t =2T,έχουμε:

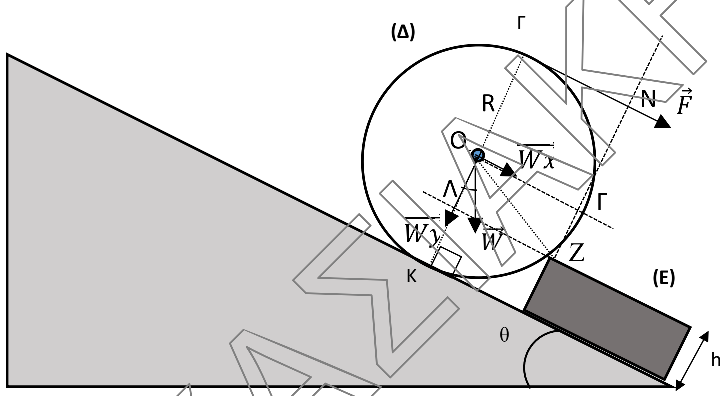
$\frac{E_T}{E_{2T}} = \frac{\frac{1}{2}DA_T^2}{\frac{1}{2}DA_{2T}^2} = \left(\frac{A_T}{A_{2T}}\right)^2 = \frac{4\,J}{1\,J} = 4$. Επομένως : $\frac{A_T}{A_{2T}} = 2$.

Καθώς: $\frac{A_o}{A_T} = \frac{A_T}{A_{2T}}$ έχουμε: $\frac{A_o}{A_T} = 2$ ή A_o=0.4m .

Β2.

Ι.Σωστό το **α**.

ΙΙ.



Στον δίσκο ασκούνται:

Α. Το βάρος του $\vec{W}$.

Β. Η δύναμη $\vec{F}$.

Γ. Η δύναμη από το κεκλιμένο επίπεδο στο σημείο Κ και η δύναμη από το εμπόδιο στο σημείο Ζ.

Αναλύουμε το βάρος του δίσκου $\vec{W}$ σε 2 συνιστώσες $\overrightarrow{Wx}$ και $\overrightarrow{Wy}$, στους άξονες x'x παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και y'y κάθετο σε αυτόν.

Τα μέτρα των παραπάνω συνιστωσών είναι W_x = Wημθ και W_y = Wσυνθ.

Την στιγμή που ξεκινά η υπερπήδηση του εμποδίου:

α. Ο δίσκος Δ ξεκινά να εκτελεί περιστροφική κίνηση ως προς οριζόντιο άξονα που περνά από το σημείο Ζ.

β. Η δύναμη από το κεκλιμένο επίπεδο στον δίσκο μηδενίζεται.

γ. Για τα μέτρα των ροπών της δύναμης F και των συνιστωσών του βάρους τ_{Wx} και τ_{Wy} ισχύει:$\tau_F + \tau_{Wx} > \tau_{Wy}$ *(1)* .

Υπολογίζουμε τα μέτρα των παραπάνω ροπών ως προς το Ζ.

$\tau_F = F\cdot(NZ) = F(2R - h) = F\cdot 3h.$

$\tau_{Wx} = W_x\cdot(\Gamma Z) = W\eta\mu\theta(R\text{-}h) = W\eta\mu\theta\cdot h$.

$\tau_{Wy} = W_y\cdot(Z\Lambda)$.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $OZ\Lambda$: $OZ^2 = O\Lambda^2 + Z\Lambda^2$ ή $R^2 = (R - h)^2 + Z\Lambda^2$ ή $(2h)^2 = h^2 + Z\Lambda^2$ ή $Z\Lambda = h\sqrt{3}$.

Αρα: $\tau_{Wy} = W\sigma\upsilon\nu 30^o\cdot h\sqrt{3}$.

Από την (1) : $F\cdot 3h + W\eta\mu 30^o\cdot h > W\sigma\upsilon\nu 30^o\cdot h\sqrt{3}$ ή

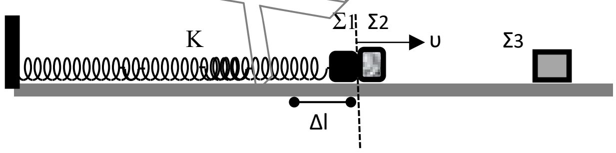
$F\cdot 3h + W\frac{1}{2}\cdot h > W\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot h\sqrt{3}$ ή $3F > \frac{3}{2}W - \frac{1}{2}W$ ή $\boldsymbol{F > \frac{W}{3}}$.

Καθώς συνεχίζεται η υπερπήδηση του εμποδίου τα μέτρα ροπών της $\vec{F}$ και του $\overrightarrow{Wx}$ αυξάνονται, ενώ το μέτρο της ροπής του $\overrightarrow{Wy}$ μειώνεται. Επομένως για $F > \frac{W}{3}$ η υπερπήδηση του εμποδίου από τον δίσκο θα ολοκληρωθεί.

Β3.

Ι. Σωστό το **α.**

ΙΙ. Αφήνοντας τα Σ_1 , Σ_2 ελεύθερα να κινηθούν, η δύναμη του ελατηρίου στο Σ_1 επιταχύνει τα 2 σώματα μέχρι και τη στιγμή που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος. Εκείνη τη στιγμή τα 2 σώματα έχουν αποκτήσει ταχύτητα υ.



Στη συνέχεια η δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο Σ_1 αντιστρέφει τη φορά της και το επιβραδύνει, ενώ το Σ_2 συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα μέτρου υ.

Υπολογισμός του υ.

Α τρόπος.

Η αρχική δυναμική ενέργεια του παραμορφωμένου ελατηρίου είναι ίση με την κινητική ενέργεια των Σ_1 , Σ_2 την στιγμή που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος.

Αρα: $\frac{1}{2}K\Delta l^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2$ ή $\upsilon = \Delta l\sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}$ ή $\upsilon = \frac{\Delta l}{2}\sqrt{\frac{K}{m}}$.

Β τρόπος.

Το σύστημα των 2 σωμάτων εκτελεί γ.α.τ. πλάτους Δl και σταθεράς επαναφοράς D = K, μέχρι και τη στιγμή που αποχωρίζονται, με σημείο ισορροπίας το σημείο όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Επομένως, το μέτρο της ταχύτητας που έχουν τη στιγμή που αποχωρίζονται είναι ίσο με:

$$\upsilon = \omega\Delta l = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}\Delta l = \frac{\Delta l}{2}\sqrt{\frac{K}{m}} .$$

Στη συνέχεια το Σ_2 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το Σ_3. Για να αποκτήσει το Σ_3 τη μέγιστη δυνατή κινητική ενέργεια, θα πρέπει το Σ_2 μετά την κρούση να ακινητοποιηθεί $\upsilon_2' = 0$. Από τη σχέση: $\upsilon_2' = \frac{m_2-m_3}{m_2+m_3}\upsilon_2$ έχουμε :

$m_2 = m_3$.Επομένως τα σώματα Σ_2 και Σ_3 ανταλλάσσουν ταχύτητες άρα $\upsilon_3' = \frac{1}{2}\Delta\ell\sqrt{\frac{K}{m}}$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

α. Από την $\Delta\varphi_{MN} = \pi$ rad έχουμε: $\Delta\varphi_{MN} =$ ή $\pi = \frac{2\pi\Delta X_{MN}}{\lambda}$ ή $\lambda = 2\Delta X_{MN}$ ή $\lambda = 0,2$m

Υπολογίζουμε τη $u_\delta = x_M / t_{MO}$ ή $u_\delta = 0,5/0,5$ ή $u_\delta = 1\frac{m}{s}$

Οπότε $u_\delta = \lambda f$ ή $f = 1/0,2$ ή $f = 5$Hz και $T = 0,2$s.

Από την απόσταση των ακραίων θέσεων : $d = 2A$ άρα

$A = 0,1$ m

Οπότε η εξίσωση του κύματος είναι:

$y = 0,1\,\eta\mu(10\pi t - 10\pi x)$ S.I.

β. $\varphi_N = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2}$ αφού το Ν στην ακραία αρνητική θέση του

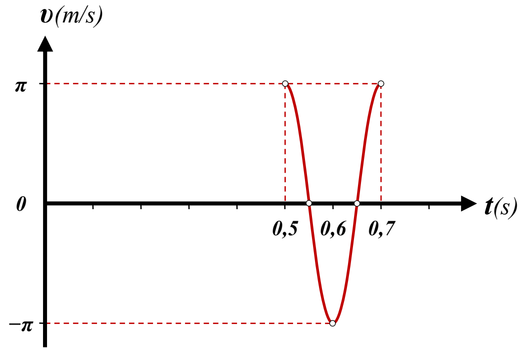
Οπότε από το $\Delta\varphi_{MN} = \pi$ ή $\varphi_N - \varphi_M = \pi$ ή $\varphi_M = \varphi_N - \pi$ ή

$\varphi_M = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2} - \pi$ ή $\varphi_M = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}$ rad

Άρα $u_M = u_{max}\ \sigma\upsilon\nu\varphi_M$ ή $u_M = u_{max}\ \sigma\upsilon\nu(2\kappa\pi + \frac{\pi}{2})$ ή $u_M = 0$

γ. $u_M = u_{max}\ \sigma\upsilon\nu(10\pi t - 10\pi\chi_M)$ ή $u_M = \omega A\ \sigma\upsilon\nu(10\pi t - 10\pi\chi_M)$ ή

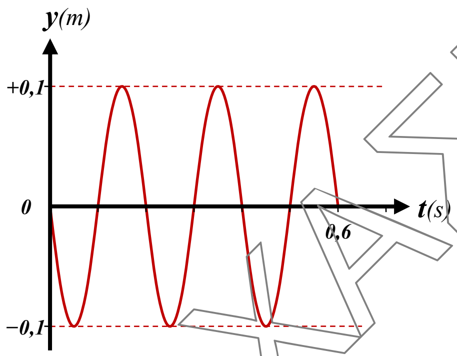
$u_M = \pi\ \sigma\upsilon\nu(10\pi t - 5\pi)$ για $t \geq 0,5$s.



δ. $y=0{,}1\ \eta\mu(10\pi t-10\pi\chi)$ S.I.

Για t=0,6s έχουμε $y=0{,}1\ \eta\mu(6\pi-10\pi\chi)$

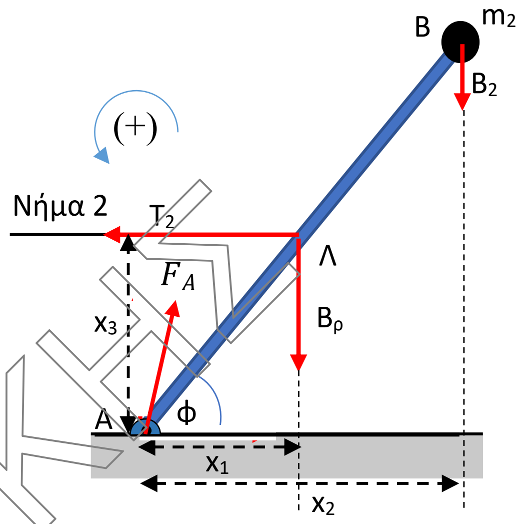
Πρέπει $6\pi-10\pi\chi\geq 0$ άρα $\chi\leq 0{,}6$m άρα 3 μήκη κύματος



Οπότε 6 σημεία έχουν y=-A/2.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο και υπολογίζουμε τους μοχλοβραχίονες του βάρους της ράβδου (x_1), του βάρους του σώματος Σ2 (x_2) και της τάσης του νήματος 2 (x_3). (Βλέπε Σχήμα 1)



Σχήμα 1

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{x_1}{L/2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{L}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}3L$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{x_2}{L} \Leftrightarrow x_1 = L\sigma\upsilon\nu\varphi = 0{,}6L$$

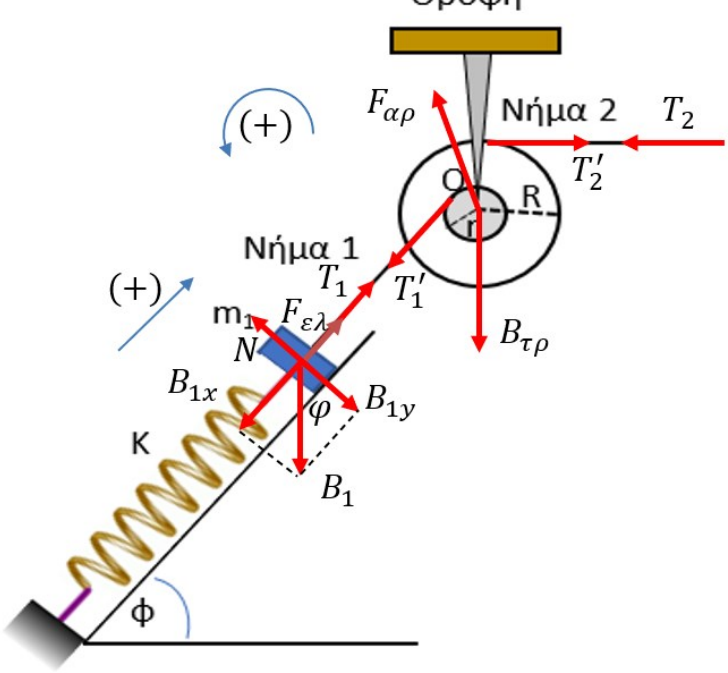
$$\eta\mu\varphi = \frac{x_3}{L/2} \Leftrightarrow x_3 = \frac{L}{2}\eta\mu\varphi = 0{,}4L$$

Αφού η ράβδος ισορροπεί η συνιστάμενη των ροπών ως προς οποιοδήποτε σημείου του επιπέδου των δυνάμεων είναι μηδέν. Άρα ως προς το Α ισχύει:

$$\Sigma\vec{\tau}_{(A)} = 0 \Leftrightarrow T_2 \cdot x_3 - B_\rho \cdot x_1 - B_2 \cdot x_2 = 0 \Leftrightarrow T_2 \cdot 0{,}4L = 20 \cdot 0{,}3L + 10 \cdot 0{,}6L \Leftrightarrow$$

$$4T_2 = 60 + 60 \Leftrightarrow T_2 = 30\ N$$

Δ2. Αρχικά σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στην τροχαλία και στο σώμα Σ1 πριν κοπεί το νήμα με σκοπό να βρούμε την θέση από την οποία ξεκινάει την ταλάντωση του το σώμα. Εφόσον δεν ξέρουμε την αρχική κατεύθυνση της $F_{\varepsilon\lambda}$,υποθέτουμε ότι είναι προς τα πανω δηλαδη ότι το ελατήριο είναι αρχικά συμπιεσμένο.



Ισχύει ότι $T_2 = T_2' = 30\ N$ (Ως δυνάμεις στα άκρα νήματος)

Η τροχαλία είναι ακίνητη επομένως ισχύει:

$\Sigma\vec{\tau} = 0 \Leftrightarrow T_1' \cdot r - T_2' \cdot R = 0 \Leftrightarrow T_1' = T_2' \cdot \frac{R}{r} \Leftrightarrow T_1' = 30 \cdot \frac{8}{3} = 80\ N$

και $T_1' = T_1 = 80\ N$ (Ως δυνάμεις στα άκρα νήματος)

Αναλύουμε το βάρος του σώματος Σ_1 σε συνιστώσες.

$B_{1x} = B_1 \cdot \eta\mu\varphi = m_1 \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 100 \cdot 0{,}8 = 80\ N$

$B_{1y} = B_1 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m_1 \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 100 \cdot 0{,}6 = 60\ N$

Εφόσον και το σώμα Σ_1 ισορροπεί ισχύει:

$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow T_1 + F_{\varepsilon\lambda} - B_{1x} = 0 \Leftrightarrow 30 + F_{\varepsilon\lambda} - 30 = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = 0$

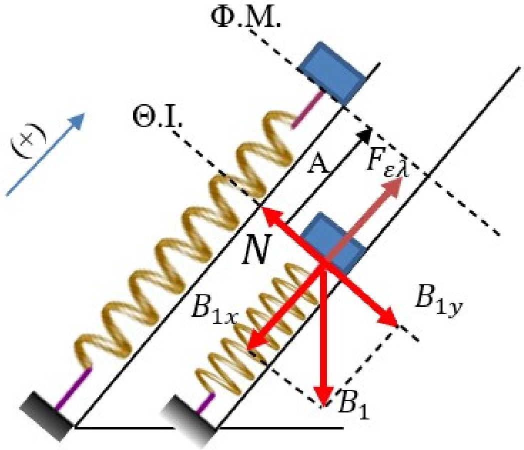
Συνεπώς το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος.

Δ3.

Θα βρούμε την Θέση Ισορροπίας του σώματος

$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} - B_{1x} = 0 \Leftrightarrow F_{\varepsilon\lambda} = B_{1x} \Leftrightarrow$

$k\Delta l_0 = B_{1x} \Leftrightarrow \Delta l_0 = \frac{B_{1x}}{K} = \frac{80}{160} = 0{,}5\ m$



Η επιμήκυνση αυτή του ελατηρίου αντιστοιχεί και στο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

Συνεπώς $A = 0{,}5\ m$

Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης ισούται με:

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{160}{10}} = 4\ \frac{r}{s}$

Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το σώμα βρίσκεται στην ακραία θετική του απομάκρυνση $x = +A$ άρα έχει αρχική φάση.

Με αντικατάσταση στην γενική εξίσωση $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$ έχουμε

$A = A\eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1$

Η αρχική φάση έχει τιμές από 0 ως 2π ($0 \leq \varphi_0 < 2\pi$). Η μοναδική γωνία σε αυτό το διάστημα που το ημίτονο της ισούται με 1 είναι η $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\ rad$

Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης είναι $\upsilon_{max} = \omega \cdot A = 4 \cdot 0{,}5 = 2\ \frac{m}{s}$ και αντίστοιχα η μέγιστη ορμή $p_{max} = m \cdot \upsilon_{max} = 10 \cdot 2 = 20\ kg \cdot \frac{m}{s}$

Συνεπώς η χρονική εξίσωση της ορμής του σώματος είναι:

$p = 20\sigma\upsilon\nu\left(4t + \frac{\pi}{2}\right)\ (S.I.)$

Ισχύει ότι

$$E_T = K + U \overset{K=3U}{\Longleftrightarrow} E_T = 3U + U \Leftrightarrow E_T = 4U \Leftrightarrow \frac{1}{2}DA^2 = 4\cdot\frac{1}{2}Dx^2 \Leftrightarrow x = \pm\frac{A}{2}$$

Την πρώτη φορά που $K = 3U$ το σώμα θα βρίσκεται σε θετική απομάκρυνση με αρνητική ταχύτητα. Άρα $x = +\frac{A}{2} = +\frac{1}{4}$m.

Το μέτρο της ταχύτητας προκύπτει από Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση ίσο με

$$\upsilon = -\omega\cdot\sqrt{A^2 - x^2} = -\omega\cdot\sqrt{A^2 - \left(\frac{A}{2}\right)^2} = -\omega\cdot\sqrt{A^2 - \frac{A^2}{4}} = -\omega\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}A =$$

$$-4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = -\sqrt{3}\ \frac{m}{s}\ .$$

$$\frac{dK}{dt} = \Sigma\vec{F}\cdot\vec{\upsilon} = -D\cdot\vec{x}\cdot\vec{\upsilon} = -160\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(-\sqrt{3}\right) = +40\cdot\sqrt{3}\ \frac{j}{s}$$

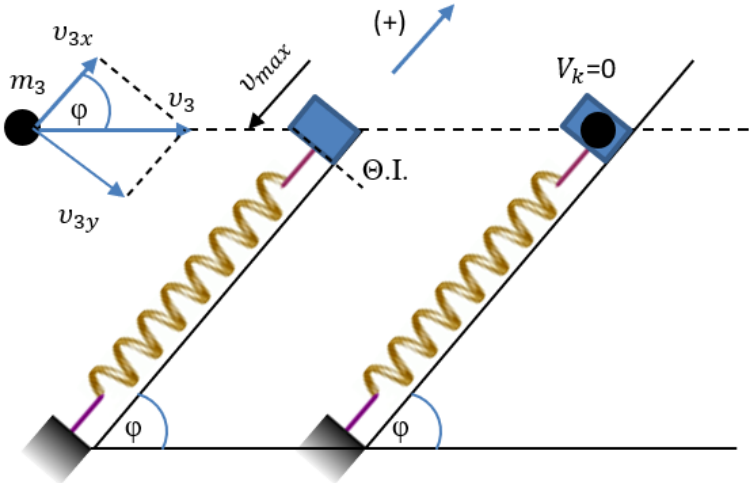
Δ4. Βρίσκουμε την ταχύτητα του σώματος Σ1 όταν περνά από τη Θ.Ι. του που είναι η υ_{max}.

$$\upsilon_{max} = \omega\cdot A = 4\cdot 0{,}5 = 2\ \frac{m}{s}$$

Αναλύουμε την ταχύτητα του σώματος Σ3 για να βρούμε την συνιστώσα της την υ_{3x} που χρειαζόμαστε.

$$\upsilon_{3x} = \upsilon_3\cdot\sigma\upsilon\nu\phi = \frac{50}{3}\cdot 0{,}6 = 10\frac{m}{s}$$

Η ορμή του συστήματος διατηρείται μόνο στον άξονα που είναι παράλληλος στο κεκλιμένο.



Α.Δ.Ο. $(x'x)$

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

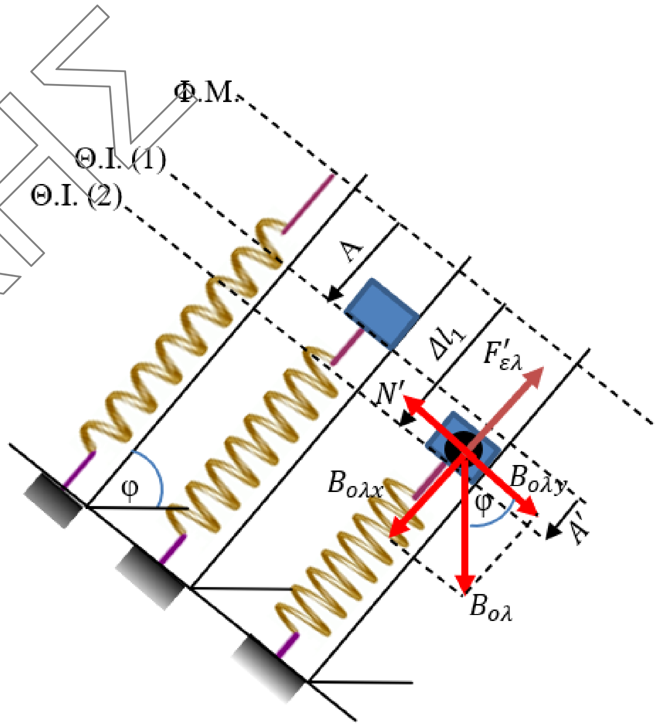
$$m_3 \cdot \upsilon_{3x} - m_1 \cdot \upsilon_{max} = 0 \Leftrightarrow$$

$m_3 \cdot \upsilon_{3x} = m_1 \cdot \upsilon_{max} \Leftrightarrow$

$m_3 \cdot 10 = 10 \cdot 2 \Leftrightarrow m_3 = 2\ Kg$

Το συσσωμάτωμα θα ισορροπήσει σε νέα θέση

Αναλύω το βάρος σε συνιστώσες



$$B_{o\lambda x} = B_{o\lambda} \cdot \eta\mu\varphi = (m_1 + m_3) \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$
$$= 120 \cdot 0{,}8 = 96\ N$$

Από τη συνθήκη ισορροπίας στη νέα θέση έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F'_{\varepsilon\lambda} - B_{o\lambda\chi} = 0 \Leftrightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = B_{o\lambda\chi}$$

$$\Leftrightarrow k\Delta l_1 = B_{o\lambda\chi} \Leftrightarrow \Delta l_1 = \frac{B_{o\lambda\chi}}{K} = \frac{96}{160} = 0{,}6\ m$$

Το νέο πλάτος της ταλάντωσης του σώματος είναι
$A' = \Delta l_1 - A = 0{,}6 - 0{,}5 = 0{,}1\ m$